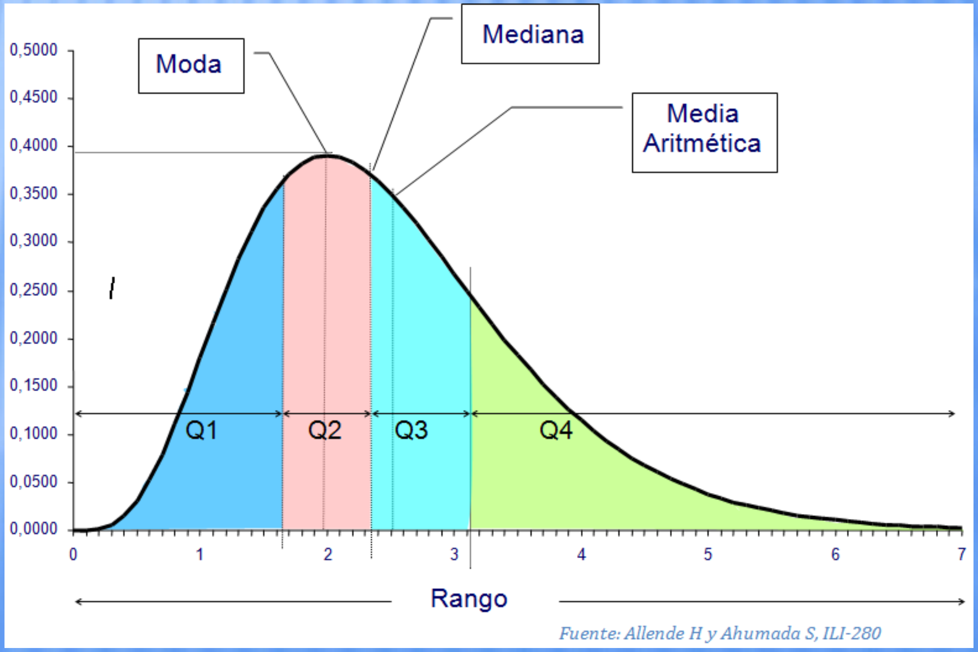
Andrés Bello A-94
Departamento de Matemática.
Prof. Beatriz Muñoz Rojo.

UNIDAD 1:
« ESTADISTICA DESCRIPTIVA»

(MEDIDAS DE TENDENCIAS CENTRALES)

NIVEL: 3ERO MEDIO

ASIGNATUTRA: PROBABILIDADES
Y ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA
E INFERENCIAL.



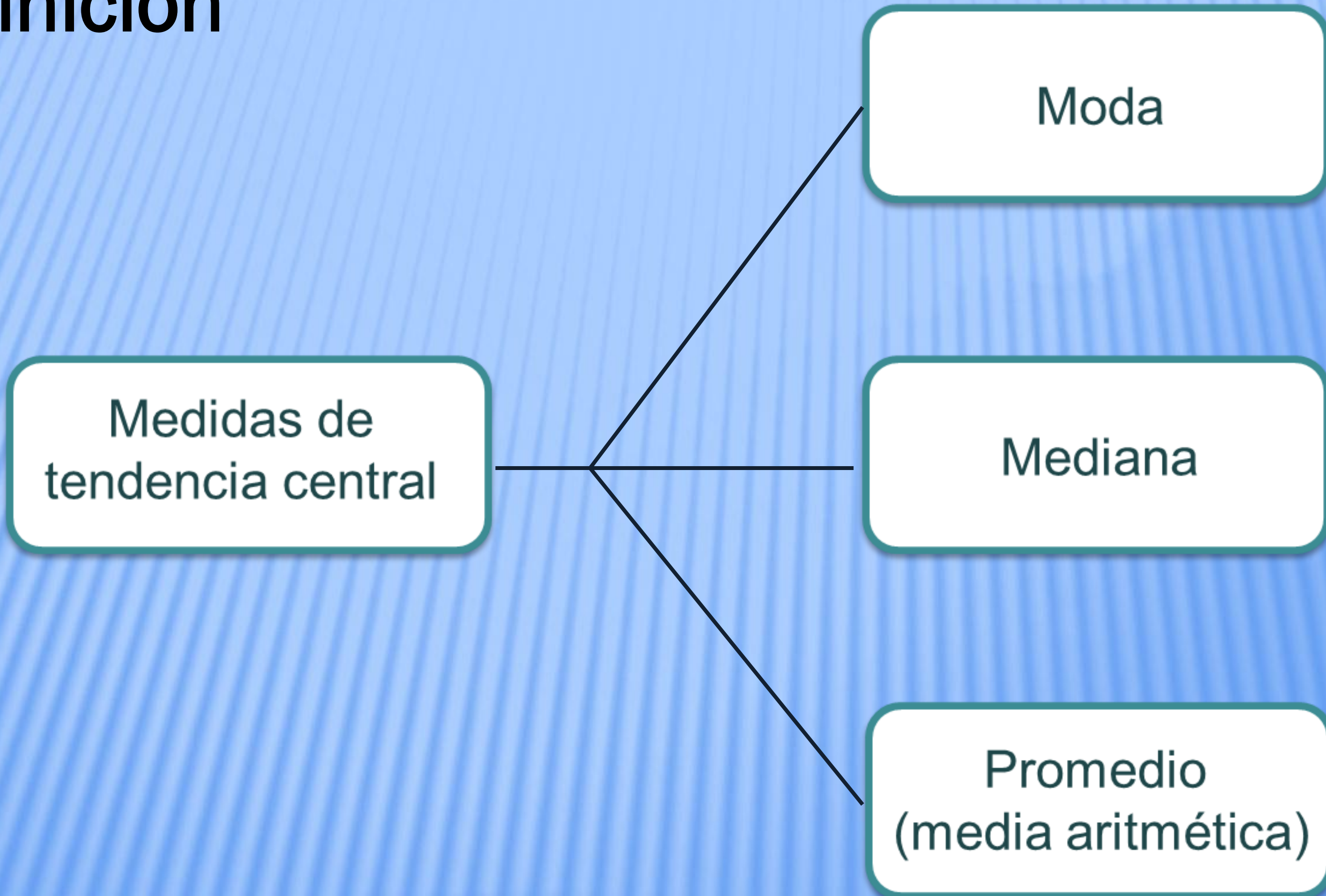
OBJETIVOS:

- Calcular e interpretar las medidas de tendencia central.

- Aplicar la estadística descriptiva en la resolución de problemas de la vida real.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Definición



MODA

- La moda de una serie de datos es aquel valor que se presenta con mayor frecuencia, es decir, es el valor que más se repite.
- La moda puede no existir y si existe, puede no ser única.

Ejemplo 1: En la siguiente serie de datos ¿cuál crees que es la **moda**? 9, 2, 5, 5, 10, 11, 2, 2, 17, 2

La moda es **2**, y su frecuencia es 4.

Ejemplo 2: ¿Cuál será la **moda** en la siguiente serie de datos?

1, 3, 11, 5, 3, 11, 1, 5, 18, 18

Todos los datos tienen igual frecuencia, por lo cual la muestra **NO tiene moda**.

Ejemplo 3: La siguiente serie de datos, es **bimodal**, tiene dos modas, 4 y 3.

Cada una con frecuencia 5

1, 3, 3, 4, 3, 4, 8, 4, 9, 3, 4, 7, 6, 4, 3

Nota: Se puede hallar la **moda** para **variables cualitativas** y **cuantitativas**.

A) MODA EN DATOS NO AGRUPADOS

Ejemplo: En la siguiente tabla de frecuencias, se presentan las temperaturas mínimas registradas durante el mes de mayo en la ciudad de Santiago. ¿Cuál fue la **moda** de las temperaturas mínimas registradas?

La moda es 5° y su frecuencia es 9

Temperatura	Frecuencia
1°	1
2°	0
3°	1
4°	8
5°	9
6°	3
7°	4
8°	2
9°	0
10°	3

B) MODA EN DATOS AGRUPADOS

El **intervalo modal** (o clase modal) corresponde al intervalo que tiene la mayor frecuencia.

Ejemplo:

Intervalo modal

mayor frecuencia

Edad (años)	Frecuencia
[8 – 11]	16
[12 – 15]	12
[16 – 19]	10
[20 – 23]	7
[24 – 27]	4

En este caso, es [8 – 11].

Nota: Esto **NO** significa que en ese intervalo se encuentre la moda de la muestra.

La forma que permite determinar la moda para datos agrupados es:

$$Mo = L_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot t_i$$

Donde:

L_i Extremo inferior del intervalo modal (intervalo que tiene mayor frecuencia absoluta).

f_i Frecuencia absoluta del intervalo modal.

f_{i-1} Frecuencia absoluta del intervalo anterior al modal.

f_{i+1} Frecuencia absoluta del intervalo posterior al modal.

t_i Amplitud de los intervalos.

Obtengamos la moda en el ejemplo anterior:

Edad (años)	Frecuencia
[8 – 11]	16
[12 – 15]	12
[16 – 19]	10
[20 – 23]	7
[24 – 27]	4

$$Mo = L_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot t_i$$

$$Mo = 8 + \frac{16-0}{(16-0)\cdot(16-12)} \cdot 4$$

$$Mo = 8 + \frac{\cancel{16}}{(\cancel{16})\cdot(\cancel{4})} \cdot \cancel{4}$$

$$Mo = 8 + 1 = 9$$

- La moda es 9 años.

MEDIANA (O PERCENTIL 50)

- Corresponde al **valor central** de todos los datos de una muestra, ordenados en forma ascendente o descendente.
- Cuando la muestra presenta una cantidad par de datos, la mediana corresponderá al promedio de los dos datos centrales.

Ejemplo 1: Los puntajes de 8 alumnos en el 5° ensayo PSU son los siguientes:

650 – 556 – 722 – 478 – 570 – 660 – 814 – 670

¿Cuál es la mediana de los puntajes?

Nota: La **mediana** se puede hallar solo para variables **cuantitativas.**

Solución: Primero, ordenaremos los puntajes de menor a mayor.

Datos centrales

478 – 556 –570 – 650 – 660 – 670 – 722 – 814

$$\text{Mediana (o percentil 50)} = \frac{650 + 660}{2} = 655$$

Nota: Como el total de datos es par, la mediana es el promedio de los dos datos centrales.

Ejemplo 2:

¿Cuál será la **mediana** de las siguientes puntuaciones en un juego?

120 – 114 – 189 – 120 – 107 – 150 – 132

Solución: Primero, ordenaremos los datos de menor a mayor.

Dato central

107 – 114 – 120 – 120 – 132 – 150 – 189

Mediana o percentil 50 = 120 ✓

Nota: Como el total de datos es impar, la mediana es solo el valor central.

Ejemplo 3:

En la siguiente tabla de frecuencias, se presentan las temperaturas mínimas registradas durante el mes de mayo en la ciudad de Santiago. ¿Cuál es la **mediana** de las temperaturas mínimas registradas?

Temperatura mínima	Frecuencia f_i	Frecuencia acumulada F_i
1°	1	1
2°	0	1
3°	1	2
4°	8	10
5°	9	19
6°	3	22
7°	4	26
8°	2	28
9°	0	28
10°	3	**31**

Como hay 31 datos en total, la mediana se encuentra en la posición 16.

La mediana es 5°

MEDIANA EN DATOS AGRUPADOS

El **intervalo donde se encuentra la mediana** se determina ubicando la posición central, de acuerdo a las frecuencias acumuladas.

Ejemplo:

Intervalo donde se encuentra la mediana

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acum
[8 – 11]	16	16
[12 – 15]	12	**28**
[16 – 19]	10	38
[20 – 23]	7	45
[24 – 27]	4	49

Datos de posición 17 al 28

Como hay 49 datos en total, la mediana se encuentra en la posición 25. Luego, el **intervalo donde se encuentra la mediana** es [12 – 15].

La forma que permite determinar la mediana para datos agrupados es:

$$Me = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot A_i$$

Donde:

L_i: límite inferior del intervalo en el cual se encuentra la mediana.

n: número de datos del estudio. Es la sumatoria de las frecuencias absolutas.

F_{i-1}: frecuencia acumulada del intervalo anterior al que se encuentra la mediana.

A_i: amplitud del intervalo en el que se encuentra la mediana.

f_i: frecuencia absoluta del intervalo en el que se encuentra la mediana.

Obtengamos la moda en el ejemplo anterior:

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
[8 – 11]	16	16
[12 – 15]	12	**28**
[16 – 19]	10	38
[20 – 23]	7	45
[24 – 27]	4	49

$$\text{Me} = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot A_i$$

$$\text{Me} = 12 + \frac{\frac{49}{2} - 16}{12} \cdot 4 = 12 + \frac{24{,}5 - 16}{12} \cdot 4 = 12 + \frac{8{,}5}{12} \cdot 4 =$$

$$= 12 + 0{,}708333\ldots \cdot 4 = 12 + 2{,}8333\ldots = 14{,}833\ldots \approx 15$$

15 años es la mediana.

PROMEDIO (O MEDIA ARITMÉTICA) ($\bar{x}$)

Es la suma de todos los datos, dividida por el número de datos.

Ejemplo 1:

Los puntajes de 8 alumnos en el 5° ensayo PSU son los siguientes:

650 – 556 – 722 – 478 – 570 – 660 – 814 – 670

Luego, el promedio (o media aritmética) es:

$$\bar{x} = \frac{650 + 556 + 722 + 478 + 570 + 660 + 814 + 670}{8}$$

$$\bar{x} = 640$$

Nota: El **promedio** se puede hallar solo para variables **cuantitativas.**

Ejemplo 2:

En la siguiente tabla de frecuencias, se presentan las temperaturas mínimas registradas durante el mes de mayo en la ciudad de Santiago.

¿Cuál fue el **promedio** de las temperaturas mínimas registradas?

Temperatura mínima	Frecuencia f_i
1°	1
2°	0
3°	1
4°	8
5°	9
6°	3
7°	4
8°	2
9°	0
10°	3

En general:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 \ldots}{n}$$

Con:

x_i : dato

f_i : frecuencia

n : total de datos

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 0 + 10 \cdot 3}{31}$$

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 32 + 45 + 18 + 28 + 16 + 30}{31}$$

$$\bar{x} = \frac{173}{31}$$

$$\bar{x} = 5{,}58\ldots$$

Temperatura mínima (°C) x_i	Frecuencia f_i
1	1
2	0
3	1
4	8
5	9
6	3
7	4
8	2
9	0
10	3

PROMEDIO (O MEDIA ARITMÉTICA) (X), EN DATOS AGRUPADOS

El **promedio** se determina a partir de la frecuencia y la **marca de clase** de cada intervalo.

Ejemplo:

La tabla adjunta representa las edades de un equipo deportivo, agrupadas en intervalos. ¿Cuál es el promedio de las edades, obtenido a partir de la marca de clase?

obtenemos $f_1 \cdot x_1 = 152$

Edad (años)	Frecuencia (f_i)	Marca de clase (x_i)	Frecuencia · Marca ($f_i \cdot x_i$)
[8 – 11]	16	9,5	152
[12 – 15]	12	13,5	162
[16 – 19]	10	17,5	175
[20 – 23]	7	21,5	150,5
[24 – 27]	4	25,5	102
Total	49		741,5

$$\bar{x} = \frac{741,5}{49} = 15,132\ldots \text{años}$$

En general: $$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 \ldots}{n}$$

Con:

x_i : marca de clase

f_i : frecuencia

n : total de datos

Aplicando la fórmula en el ejemplo anterior resulta:

$$\bar{x} = \frac{16 \cdot 9{,}5 + 12 \cdot 13{,}5 + 10 \cdot 17{,}5 + 7 \cdot 21{,}5 + 4 \cdot 25{,}5}{49}$$

$$\bar{x} = \frac{152 + 162 + 175 + 150{,}5 + 102}{49}$$

- $$\bar{x} = \frac{741{,}5}{49}$$
- $$\bar{x} = 15{,}132\ldots$$

Nota: Este resultado es un valor aproximado del valor real, a falta de mayor precisión en los datos.

En la próxima clase estudiaremos

Medidas de posición y dispersión…